

成都七中高 2015 届“高考热身考试”数学文科试题

第 I 卷(非选择题 共 50 分)

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. 若集合 $M = \left\{ x \mid y = \lg \frac{2-x}{x} \right\}$, $N = \{ x \mid x < 1 \}$, 则 $M \cap C_R N = ()$

- A. (0,2) B. (0,4) C. [1,2) D. (0,+∞)

2. 已知复数 z 满足 $z(1+i)^3 = 1-i$, 则复数 z 对应的点在 () 上

- A. 直线 $y = -\frac{1}{2}x$ B. 直线 $y = \frac{1}{2}x$ C. 直线 $x = -\frac{1}{2}$ D. 直线 $y = -\frac{1}{2}$

3. 已知命题 $p: \exists x \in R$, 使 $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{2}$; 命题 $q: \forall x \in R$, 都有 $x^2 + x + 1 > 0$.

给出下列结论:

①命题 " $p \wedge q$ " 是真命题 ②命题 " $p \wedge \neg q$ " 是假命题

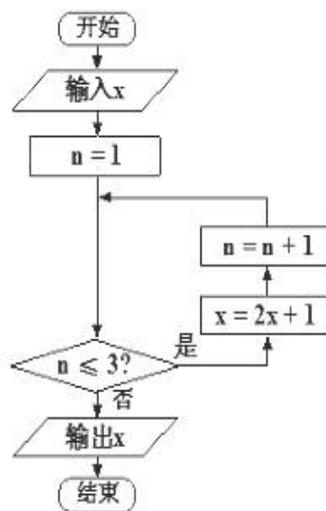
③命题 " $\neg p \wedge q$ " 是真命题 ④命题 " $\neg p \vee \neg q$ " 是假命题

其中正确的是 ()

- A. ②④ B. ②③ C. ③④ D. ①②③

4. 已知实数 $x \in [1, 10]$ 执行如图所示的流程图, 则输出的 x 不小于 63 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

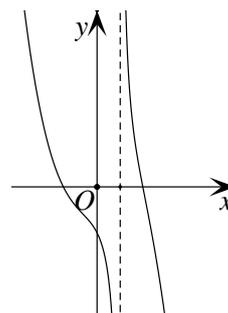


5. 函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图像与函数 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像 ()

- A. 有相同的对称轴但无相同的对称中心 B. 有相同的对称中心但无相同的对称轴
C. 既有相同的对称轴但也有相同的对称中心 D. 既无相同的对称中心也无相同的对称轴

6. 已知函数 $f(x)$ 的图像如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()

- A. $f(x) = \frac{1}{2x-1} - x^3$ B. $f(x) = \frac{1}{2x-1} + x^3$
C. $f(x) = \frac{1}{2x+1} - x^3$ D. $f(x) = -\frac{1}{2x-1} - x^3$



7. 已知点 $A(0, 2)$ ，抛物线 $C: y^2 = ax$ ($a > 0$) 的焦点为 F ，射线 FA 与抛物线 C 相交于点 M ，与其准线相交于点 N ，若 $|FM| : |MN| = 1 : \sqrt{5}$ ，则 a 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 4

8. 已知 M 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $AB \cdot AC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ，若 $\triangle MBC$ 、 $\triangle MAB$ 、 $\triangle MAC$ 的面积分别为 $\frac{1}{2}$ 、 x 、 y ，则 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ 的最小值是 ()

- A. 9 B. 16 C. 18 D. 20

9. 将 1~9 这 9 个数平均分成 3 组，则每组的 3 个数都成等差数列的分组方法的种数是 ()

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

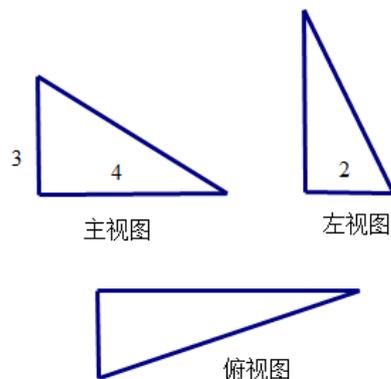
10. 在平面上， $\vec{AB}_1 \perp \vec{AB}_2$ ， $|\vec{OB}_1| = |\vec{OB}_2| = 1$ ， $\vec{AP} = \vec{AB}_1 + \vec{AB}_2$ ，若 $|\vec{OP}| < \frac{1}{2}$ ，则 $|\vec{OA}|$ 的取值范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$ B. $\left[\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}\right]$ C. $\left[\frac{\sqrt{5}}{2}, \sqrt{2}\right]$ D. $\left[\frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{2}\right]$

第 II 卷(非选择题 共 100 分)

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 一个三棱锥的三视图是三个直角三角形，如图所示，则该三棱锥的外接球的表面积为_____



12. 在 $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的二项展开式中， x^2 的系数为_____.

13. 某农户计划种植黄瓜和韭菜，种植面积不超过 50 亩，投入资金不超过 54 万元，假设种植黄瓜和韭菜的产量、成本和售价如下表：

	年产量/亩	年种植成本/亩	每吨售价
黄瓜	4 吨	1.2 万元	0.55 万元
韭菜	6 吨	0.9 万元	0.3 万元

为使一年的种植总利润（总利润 = 总销售收入 - 总种植成本）最大，那么黄瓜和韭菜的种植面积（单位：亩）分别为_____.

14. 设点 $P(x, y)$ 是曲线 $a|x| + b|y| = 1$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 上任意一点，其坐标 (x, y) 均满足

$$\sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} \leq 2\sqrt{2}, \text{ 则 } \sqrt{2a + b} \text{ 取值范围为 } \underline{\hspace{2cm}}$$

15. 如果 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} ，对于定义域内的任意 x ，存在实数 a 使得 $f(x+a) = f(-x)$ 成立，则称此函数具有“ $P(a)$ 性质”。给出下列命题：

①函数 $y = \sin x$ 具有“ $P(a)$ 性质”；

②若奇函数 $y = f(x)$ 具有“ $P(2)$ 性质”，且 $f(1) = 1$ ，则 $f(2015) = 1$ ；

③若函数 $y = f(x)$ 具有“ $P(4)$ 性质”，图象关于点 $(1,0)$ 成中心对称，且在 $(-1,0)$ 上单调递减，则 $y = f(x)$ 在 $(-2,-1)$ 上单调递减，在 $(1,2)$ 上单调递增；

④若不恒为零的函数 $y = f(x)$ 同时具有“ $P(0)$ 性质”和“ $P(3)$ 性质”，且函数 $y = g(x)$ 对 $\forall x_1, x_2 \in R$ ，都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \geq |g(x_1) - g(x_2)|$ 成立，则函数 $y = g(x)$ 是周期函数.

其中正确的是_____ (写出所有正确命题的编号).

三、解答题，本大题共6小题，共75分.

16. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = \cos(2x + \frac{2\pi}{3}) + 2\cos^2 x, x \in R$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调减区间；

(II) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，求函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最小值.

17. (本小题满分 12 分)

袋中有大小、形状相同的红、黑球各一个，现一次有放回地随机摸取 3 次，每次摸取一个球

(1) 试问：一共有多少种不同的结果？请列出所有可能的结果；

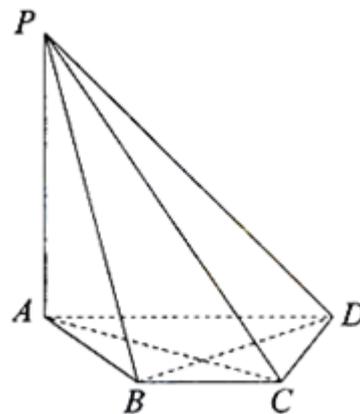
(2) 若摸到红球时得 2 分，摸到黑球时得 1 分，求 3 次摸球所得总分为 5 的概率。

18. (本小题满分 12 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是等腰梯形， $AD \parallel BC, AC \perp BD$.

(I) 证明： $BD \perp PC$ ；

(II) 若 $AD = 4, BC = 2$ ，直线 PD 与平面 PAC 所成的角为 30° ，求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n$, 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 $b_n = 5n + 2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 设 $c_n = \frac{1}{a_n b_n}$, 求证: $\sum_{i=1}^n c_i < \frac{2}{25}$;

20. (本小题满分 13 分) 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, O 为坐标原点, 点 $P(-1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 在

椭圆上, 线段 PF_2 与 y 轴的交点 M 满足 $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{F_2M} = \vec{0}$;

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) $\odot O$ 是以 F_1F_2 为直径的圆, 一直线 $l: y = kx + m$ 与 $\odot O$ 相切, 并与椭圆交于不同的两点 A, B . 当

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \lambda$, 且满足 $\frac{2}{3} \leq \lambda \leq \frac{3}{4}$ 时, 求 $\triangle AOB$ 面积 S 的取值范围.

21. (本小题满分 14 分) 设知函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x + a \ln x$ ($a \in R$) ($e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数).

(1) 若函数 $f(x)$ 在定义域上不单调, 求 a 的取值范围;

(2) 设函数 $f(x)$ 的两个极值点为 x_1 和 x_2 , 记过点 $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ 的直线的斜率为 k , 是否存在 a , 使得 $k \leq \frac{2e}{e^2 - 1}a - 2$? 若存在, 求出 a 的取值集合; 若不存在, 请说明理由.